

Algorithm for finding the maximum soil stress under a footing subjected to vertical loading and biaxial bending when the Resultant Force Position lies between the internal and external kernel of the footing's plan.

ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΕΥΡΕΣΗΣ ΜΕΓΙΣΤΗΣ ΤΑΣΗΣ ΚΑΙ ΟΥΔΕΤΕΡΟΥ ΑΞΟΝΑ ΓΙΑ ΠΕΔΙΛΟ ΜΕ ΔΙΑΞΟΝΙΚΗ ΚΑΤΑΠΟΝΗΣΗ ΟΤΑΝ Η ΣΥΝΙΣΤΑΜΕΝΗ ΕΥΡΙΣΚΕΤΑΙ ΕΚΤΟΣ ΤΟΥ ΠΥΡΗΝΑ ΤΗΣ ΔΙΑΤΟΜΗΣ.

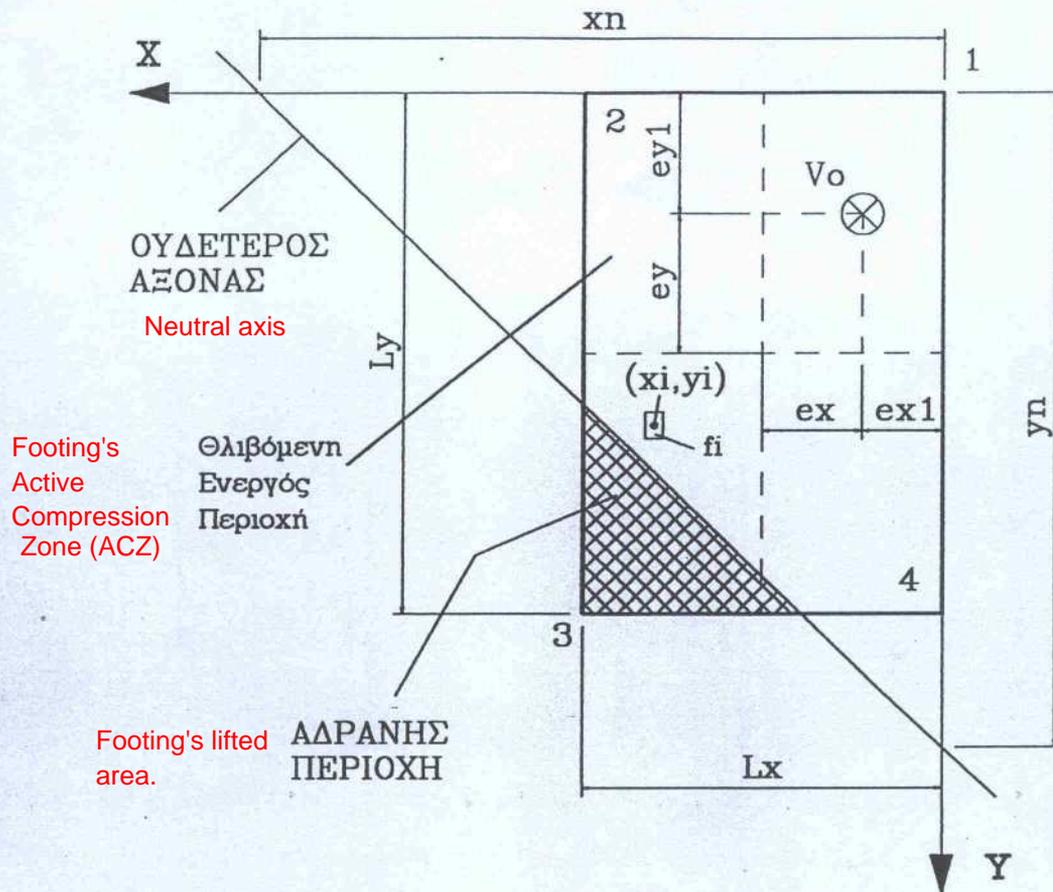


Figure 1.  
ΣΧΗΜΑ Π9

ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΚΑΙ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ Data and problem equations

Δίδονται :  $V_o, ex, ey, L_x, L_y$ . Known data

Αναζητείται η θέση του ουδέτερου άξονα και η μέγιστη τάση  $\sigma_1$ .  
To find the location of the Neutral Axis and the maximum soil stress  $s_1$ .

Εξισώσεις Equations

$$F_o = L_x \cdot L_y, \quad ex_1 = L_x/2 - ex, \quad ey_1 = L_y/2 - ey$$

Τάσεις όταν η  $V_o$  κείται μέσα στον πυρήνα (αρχική εκτίμηση θέσης ουδέτερου άξονα).

$$\sigma_1 = V_o/F_o \cdot \{ 1 + 6 \cdot ex/L_x + 6 \cdot ey/L_y \} \quad (1)$$

$$\sigma_2 = V_o/F_o \cdot \{ 1 - 6 \cdot ex/L_x + 6 \cdot ey/L_y \} \quad (2)$$

$$\sigma_3 = V_o/F_o \cdot \{ 1 - 6 \cdot ex/L_x - 6 \cdot ey/L_y \} \quad (3)$$

$$\sigma_4 = V_o/F_o \cdot \{ 1 + 6 \cdot ex/L_x - 6 \cdot ey/L_y \} \quad (4)$$

Soil stresses when the Resultant  $V_o$  lies inside the internal kernel.  
(Initial estimation of the Neutral Axis location)

Τάση σε τυχόν σημείο της θλιβόμενης ενεργού περιοχής με συντεταγμένες  $(x_i, y_i)$

$$\sigma_i = (1 - x_i/x_n - y_i/y_n) \cdot \sigma_1 \quad (5) \quad \text{Soil stress for a point } (x_i, y_i) \text{ inside the Active Compression Zone (ACZ).}$$

Equations of equilibrium between external actions and soil stresses when the Resultant  $V_0$  lies between the internal and the external kernel of the footing area.  
(A part of the footing is lifted)

• Εξισώσεις ισορροπίας εξωτερικών δράσεων- τάσεων εδάφους όταν η  $V_0$  κείται εκτός πυρήνα.  
(Υπάρχει αδρανής περιοχή στο πέδιλο).

$$\sum Z=0,$$

$$V_0 = \int \sigma \cdot df \rightarrow (5) \rightarrow \sigma l * \{ \int S \cdot df - \int x/xn * df - \int y/yn * df \} = \sigma l * \{ F - S_y/xn - S_x/yn \} (6)$$

$$\sum M_y=0,$$

$$V_0 * e_{xl} = \int \sigma * x * df \rightarrow (5) \rightarrow \sigma l * \{ \int S * x * df - \int x^2/xn * df - \int x * y/yn * df \} = \sigma l * \{ S_y - I_y/xn - I_{xy}/yn \} (7)$$

$$\sum M_x=0,$$

$$V_0 * e_{yl} = \int \sigma * y * df \rightarrow (5) \rightarrow \sigma l * \{ \int S * y * df - \int x * y/xn * df - \int y^2/yn * df \} = \sigma l * \{ S_x - I_{xy}/xn - I_x/yn \} (8)$$

$S_x, S_y$ : the first moments of ACZ in respect to axes X and Y.

$I_x, I_y$ : the moments of inertia ACZ in respect to axes X and Y.

$I_{xy}$ : the product of inertia of ACZ in respect to axes X and Y.

όπου  $S_x, S_y$  οι στατικές ροπές της θλιβόμενης ενεργού διατομής ως προς X και Y.  
 $I_x, I_y$  οι ροπές αδρανείας της θλιβόμενης ενεργού διατομής ως προς X και Y.  
 $I_{xy}$  το γινόμενο αδρανείας (φυγόκεντρος ροπή) της θλιβόμενης ενεργού διατομής.

Αντικαθιστώντας την (6) στις (7) και (8) και θέτοντας  $T_0 = F - S_y/xn - S_x/yn$  έχουμε:

Substitute (6) in (7) and (8) and set  $T_0 = \dots\dots\dots$

$$e_{xl} = (S_y - I_y/xn - I_{xy}/yn) / T_0 (9) \text{ και } e_{yl} = (S_x - I_{xy}/xn - I_x/yn) / T_0 (10)$$

Μετασχηματίζοντας τις (9) και (10) ώστε να λάβουν την μορφή  $x_{n1} = w(x_n, y_n)$ ,  $y_{n1} = u(x_n, y_n)$  ώστε να λυθή το μη γραμμικό σύστημα (9) και (10) με την απλή επαναληπτική μέθοδο.

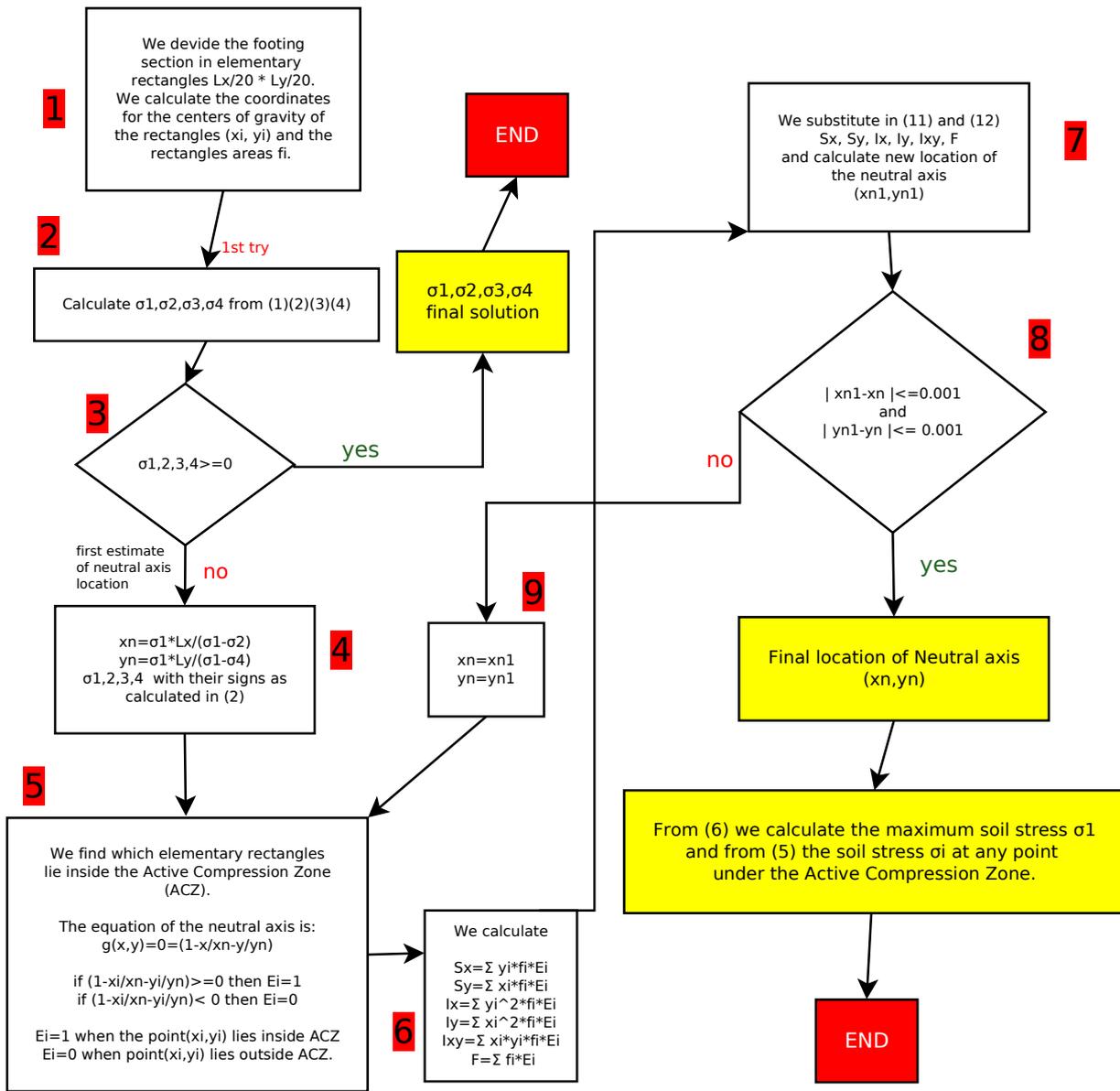
(Από τις δοκιμές που έχω κάνει η μέθοδος συγκλίνει ταχύτατα προς την λύση).

Re-write equations (9) and (10) in the form  $x_{n1} = w(x_n, y_n)$  and  $y_{n1} = u(x_n, y_n)$  and solve system with simple iterations.

$$x_{n1} = I_y / (S_y - T_0 * e_{xl} - I_{xy}/yn) (11) \text{ και } y_{n1} = I_x / (S_x - T_0 * e_{yl} - I_{xy}/xn) (12).$$

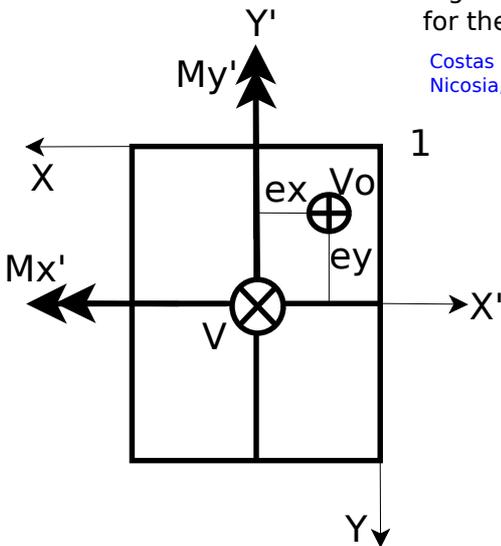
( $x_n$  and  $y_n$  at both sides of equations)

See next page for the algorithm's flowchart in English



Algorithm to find Neutral Axis location and max soil stress for the general case of biaxial loading of foundation footings

Costas Santamas , [costas@santamas.org](mailto:costas@santamas.org)  
 Nicosia, Cyprus 1995.



Notes:

1. The location of the origin (0,0), the max soil stress  $\sigma_1$  and the resultant force  $V_0$  are always taken as shown on figure.
2. Given the loading ( $V, M_x', M_y'$ ), at the center of the foundation, then  $V_0 = V, e_y = M_x'/V, e_x = M_y'/V$ ,